A

01. ස්වභාවික දිග $2l$ වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් වහලයක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර සිරස්ව ඇත. ස්කන්ධය m වන අංශුවක් තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරින් එල්ලූ විට $\frac{1}{2}$ දුරක් වැඩිපුර ඇදී අංශුව සමතුලිතතාවයේ පවතී. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

02. ස්කන්ධය m වන අංශුවක ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරකට ගැට ගසා ඇත. එම තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර වහලය මත ඇති O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O මට්ටමේ තබා මුදාහැරිය විට O සිට $4l$ දුරකදී අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

03. ස්කන්ධය 5kg වන P අංශුවක් තිරසට 30^0 ක් ආනත සුමට තලය මත සමතුලිතතව තබා ඇත්තේ අංශුවට හා O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳූ ප්‍රත්‍යස්ථතා තන්තුව මගිනි. OP = 2m වේ. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 10N වේ නම්, තන්තුවේ ස්වභාවික දිග සොයන්න.

04. ස්කන්ධය m වූ වීදුරු බෝලයක් ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවකින් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව A හි නිසලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. ක්ෂණික නිසලතාවයට එළැඹීමට පෙර $2l$ දුරක් වැටේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg බවත් පෙන්වන්න.

05. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වන lm දිග තන්තු දෙකක් මඟින් ස්කන්ධය mkg අංශුවක් $AB = 3l$m වන A, B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සවිකර ඇත. අංශුව A සිට $\frac{5l}{3}$ පහළින් වන O හි සමතුලිතව ඇත. $\lambda = 3mg$ බව පෙන්වන්න.

06. ස්කන්ධය mkg වන P අංශුවක් සුමට තිරස් තලයක් මත ඇත. P ට ඈඳූ $3l$, $2l$m දිග ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංක පිළිවෙලින් mgN, 2mgN වන තන්තු දෙකේ අනෙක් කෙළවර දෙක තලය මත අචල A, B ට සවිකර ඇත. $AB = 7l$m වේ. අංශුව සමතුලිත විට $AP = \frac{9l}{2}$ බව පෙන්වන්න.

07. ස්වභාවික දිග a, මාපාංකය mg වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක m අංශුව සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර අචල O ට සවිකර ඇත. m අංශුව සිරස්ව එල්ලේ, M අංශුව m අංශුව හා සංයුක්තව අනතුරුව ඇති වන චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා විස්තාරය $\frac{aM}{m}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

08. ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ස්වභාවික දිග $2a$ වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවකට එක කෙළවරකට ගැට ගසා, එහි අනෙක් කෙළවර තිරසට $\sin^{-1}\dfrac{4}{5}$ ආනත සුමට තලයක ඉහල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව සමතුලිතතාවයේ පවතින විට තන්තුවේ දිග $5a$ වේ. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

B

09. ස්වභාවික දිග $2a$ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg ද වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා, මේස ගැට්ටේ වන අචල O ලක්ෂ්‍යයකට එහි එක කෙළවරක් ගැට ගසා ඇත. අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ගැට ගසා, තන්තුව එහි දිග $3a$ වනතුරු ඇද සීරුවෙන් අත්හරී.

(i) ඇතිවන චලිතයෙන් කොටසක් සරල අනුවර්තී බව පෙන්වන්න.

(ii) දෝලන කේන්ද්‍රය, විස්ථාරය, දෝලන කාලාවර්තය සොයන්න.

(iii) ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\dfrac{a}{4}$ දුරක් ගිය පසු වේගය සොයන්න.

(iv) උපරිම වේගය සොයන්න.

10. ස්වභාවික දිග a ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 3mg ද වූ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් O නම් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ A නම් අංශුවකට ඈඳා අංශුව සමතුලිත වීමට ඉඩ හරී. ඉන්පසු තන්තුවේ දිග $2a$ වනතුරු ඇද සීරුවෙන් මුදා හරී. සමතුලිත පිහිටීම O ලක්ෂ්‍යයකට $\dfrac{4a}{3}$ පහළින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(i) ඇදි තන්තුවේ චලිතය සරල අනුවර්තී බවත්

(ii) සරල අනුවර්තී චලිතයේ නාභිය හා විස්ථාරය සොයන්න.

(iii) අංශුව ගුරුත්වයට පිවිසෙන වේගය $\sqrt{ga}$ බව ද

(iv) ගුරුත්වයට පිවිසීමට කාලය $2\pi\sqrt{\dfrac{3a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද ගුරුත්වයට පිවිසීමෙන් පසු සිදුවන චලිතය විස්තර කරන්න.

Scanned with CamScanner

11. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කරන ලදුව සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O ට පහළින් $2l$ විස්ථාපනයකින් වූ C ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත්නම්, තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න.

අංශුව දැන් C සිට $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේදී එහි O සිට පහළට විස්ථාපනය x වෙයි. $\ddot{x} = -\frac{g}{l}(x-2l)$ බව පෙන්වා, අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ කාලාවර්තය හඳුන්වා දෙන්න. x හි උපරිම සහ අවම අගයයන් ලබාගන්න. *[2001 A/L]*

12. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg වන දිග a තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අනෙක් කෙළවරේ m ස්කන්ධයක් අමුණා O සිට $2a$ දුරකට අංශුව ඇඳ මේසය මත තබා $\sqrt{2ag}$ වේගයෙන් O ලක්ෂ්‍යයෙන් ඉවතට තල්ලු කරයි. ආරම්භයේ සිට O ලක්ෂ්‍යය වෙත පැමිණීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

13. lm දිග ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සීලිමක A ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර බර අංශුව එල්ලා සමතුලිත විට තන්තුවේ දිග am වේ. තන්තුවේ දිග $4l$m වනතුරු අංශුව සිරස්ව විස්ථාපනය කර මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුව යන්තමින් A ට පැමිණේ.

$a = \frac{17l}{8}$ බව පෙන්වන්න. අංශුව මුදාහල මොහොතේ සිට A ට පැමිණීමට කාලය

$\sqrt{\frac{l}{g}}\left[2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{3}{5}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

14. තිරසට 30^0ක් ආනත වූ සුමට තලයක O නම් ලක්ෂ්‍යයකට ස්වාභාවික දිග a ද, ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 2mg වූද තන්තුවකින් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කොට ඇත. $2a$ වනතුරු අදින ලද තන්තුව තලයෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ පිහිටන පරිදි අංශුව O වලින් පහළ මට්ටමක තබා අතහරින ලදී. චලිතයේ මුල් කොටස් ආවර්ත කාල $2\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ වන සරල අනුවර්තී චලිතය බව පෙන්වන්න.

(i) තන්තුව මුල් වතාවට බුරුල් වන විට අංශුවේ වේගය $\sqrt{ga}$ බවද

(ii) ප්‍රථම වතාවට අංශුව O වෙත ළඟාවීමට ගන්නා කාලය $\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right]\sqrt{\frac{a}{2g}}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

15. අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇති ස්වභාවික දිග a වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඇඳා තිබේ. ආරම්භයේ දී අංශුව O ලක්ෂ්‍යයේ සිට ගුරුත්වය යටතේ නිදැල්ලේ වැටෙන්නට හරිනු ලැබේ. තදනන්තර චලිතයේදී අංශුව O ට $4a$ දුරක් සිරස්ව පහළින් පිහිටි E ලක්ෂ්‍යයක් කරා පැමිණ නැවත ඉහළට චලනය වීමට පටන් ගනී. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $\dfrac{8mg}{9}$ බව පෙන්වන්න.

O සිට E දක්වා චලිතයට ගතවන කාලය $\sqrt{\dfrac{2a}{g}}+\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{a}{2g}}\left[\pi-\tan^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

16. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg වන තන්තුවක කෙළවරක් A අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව A ට පහළින් සමතුලිතතාවයෙන් එල්ලෙයි. තන්තුවේ විතතිය සොයන්න.

දැන් අංශුව A ට l දුරක් සිරස්ව පහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයක තබා $\sqrt{6gl}$ වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. C යනු අංශුව පැමිණෙන පහත්ම ලක්ෂ්‍යය නම්, B සිට C දක්වා අංශුවේ චලිතය විස්ථාරය $\dfrac{5l}{4}$ වූ සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න. අංශුවට B සිට C දක්වා චලිතයට ගතවූ කාලය $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}+\sin^{-1}\dfrac{1}{5}\right)\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ බව ද පෙන්වන්න.

17. ස්වභාවික දිග l ද, මාපාංකය $\dfrac{mg}{2}$ ද වූ සැහැල්ලු තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් ඇඳා තිබේ. එහි අනෙක් කෙළවර සීලිම මත වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O සිට සීරුවෙන් පහතට හෙලනු ලැබේ. එය නැවත O ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන්නේ $2\sqrt{\dfrac{2l}{g}}\left\{1+\dfrac{3\pi}{4}\right\}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

18. ස්වභාවික දිග l වූ AB සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක A කෙළවර දෘඪ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා B කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් එල්ලා තිබේ. සමතුලිතතා පිහිටීමේදී තන්තුවේ විස්තීරණය $\dfrac{l}{2}$ කි. තන්තුව තවත් l දුරකින් ඇදෙන සේ B අංශුව තෙරපා අතහැරිය විට $\dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{2l}{g}}$ කාලයක් ගතවීමෙන් පසු තන්තුව බුරුල් වන බවද, අංශුව නැඟෙන උපරිම උසට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය A වල සිට $\dfrac{l}{4}$ දුරක් පහළින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

19. ස්වභාවික දිග l වූ අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් සීලිමේ අචල O ලක්ෂ්‍යයකටත් අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකටත් අමුණා ඇත. අංශු O හි තබා මුදාහරින ලදී. තන්තුවේ උපරිම විතතිය $2l$ බව දක්නා ලදී. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය $\frac{3}{2}$ mg බව පෙන්වන්න.

අංශුවට නැවත O වෙතට ඒමට ගතවන කාලය $2\sqrt{\frac{2l}{g}}\left(1+\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}\right)$ බව පෙන්වන්න.

20. ස්කන්ධය m වූ බර අංශුවක් ස්වභාවික දිග l වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක කෙළවරකට ගැට ගසා තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර A හිදී අචලව තබා ඇත. A හි සිට මුදාහරිනු ලබන අංශුව ගුරුත්වය යටතේ වැටෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය 4mg වේ. තන්තුව තදව පවතිමින් අංශුවේ සිදුවන චලිතය සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න.

චලිතයේ විස්තාරය $\frac{3l}{4}$ බව පෙන්වා අංශුවට නැවත A වෙත පැමිණීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

21. ස්වභාවික දිග a ද, ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය mg ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කර අංශුව O හි තබා $2\sqrt{ga}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුවට නැවත O වෙතට එළැඹීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

22. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය 2mg වන ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක කෙළවරක් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව A ට සිරස්ව පහළින් වූ O ලක්ෂ්‍යයක සමතුලිතව නිදහස්ව එල්ලෙයි.

(i) l ඇසුරෙන් OA දිග සොයන්න.
P අංශුව O ට සිරස්ව h දුරක් පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකට ඇද t = 0 විට නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. t කාලයේදී P අංශුවට O සිට විස්ථාපනය x වෙයි.

(ii) තන්තුව තදව පවතින විට $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{2gx}{l}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $h = \frac{1}{3}l$ බව දී ඇති විට P අංශුව සම්පූර්ණ සරල අනුවර්තී චලිත ඇතිකිරීමට නම්, $-\frac{1}{2} \leq h \leq \frac{1}{2}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(iii) P ප්‍රථම වරට ක්ෂණික නිසලතාවයට එළඹෙන විට ගතවී ඇති කාලය $\pi\sqrt{\frac{1}{2g}}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) P හි වැඩිතම වේගය ද සොයන්න.

Scanned with CamScanner

23. AB ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ ස්වාභාවික දිග l ය. එහි A ඉහළ කෙළවර සීලිමකට ඇඳා තන්තුව සිරස්ව තබා ඇත. තන්තුවේ B පහළ කෙළවරින් බර අංශුවක් ගැට ගසා තන්තුව නිශ්චලතාවයේ එල්ලෙන විට e විතතියක් ඇති වෙයි. අංශුව සමතුලිතතා පිහිටීමෙන් තවත් d (> e) දුරක් පහළට ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හැරියහොත් අංශුවේ චලිතයෙන් කොටසක් $\sqrt{\frac{g}{e}}$ කෝණික සංඛ්‍යාතය සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න.

අංශුව සීලිමේ වදින්නේ නැත්නම් $1 > \left(\frac{d^2 - e^2}{2e}\right)$ බව සාධනය කර

$2\sqrt{\frac{e}{g}}\left[\pi + \sqrt{\frac{d^2 - e^2}{e}} - \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{d^2 - e^2}{e}}\right)\right]$ මුළු කාලයකට පසු අංශුව යලිත් ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන බව ද සාධනය කරන්න. *[1994 A/L]*

24. ස්වභාවික දිග a ද, ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවකට ඇඳා තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O නම් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇත. O සිට පහළට $\frac{a}{2}$ දුරකදී පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක දී නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. $\sqrt{\frac{a}{g}}\left(2 + \frac{3\pi}{2}\right)$ කාලයකට පසු අංශුව P ලක්ෂ්‍යය වෙත නැවත පැමිණෙන බව ඔප්පු කරන්න. අංශුව ලබාගත් වැඩිතම වේගය සොයන්න.

[1988 A/L]

25. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg ද වූ AB ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක A කෙලවරට ගැටගසා ඇති අතර, B කෙළවර බිමෙහි සිට $2l$ ට වැඩි උසකින් පිහිටි අචල ලක්ෂයකට ගැට ගසා ඇත. P අංශුව B හි නිසලව තබා මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිතිය පිළිබඳ මූලධර්මය යෙදීමෙන් තන්තුවේ උපරිම දිග $2l$ බව පෙන්වා, තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇතිවිට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

$x\,(> l)$ යනු t කාලයේදී තන්තුවේ දිග යයි සිතමු. P හි x ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයක් ලියන්න. එම සමීකරණයෙන් $y + \left(\frac{4g}{l}\right)y = 0;\ \ y \geq -\frac{l}{4}$ ආකාරයෙන් සමීකරණයක් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\ddot{y} = \left(x - \frac{5l}{4}\right)$. y සඳහා $\ddot{y} = A\cos\omega t + B\,\mathrm{Sin}\,\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් A, B, ω නියත සොයන්න. එනයින්

(i) y හි උපරිම අගය නිර්ණය කර, එමගින් තන්තුවේ උපරිම දිග ලබාගන්න.

(ii) P හි වැඩිතම වේගය ලබාගන්න.

[2003 A/L]

Scanned with CamScanner

26. ස්වභාවික දිග l වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සමතුලිතව එල්ලෙයි. සිරස් සමතුලිත පිහිටීමෙහි තන්තුවේ විතතිය C වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

P අංශුව සමතුලිතතාවයෙන් නිසලව ඇති විට සමාන ස්කන්ධයක් ඇති වෙනත් Q අංශුවක් P ට සිරස්ව ඉහලින් C උසක සිට නිසලව තිබී වැටී P සමග ගැටී බද්ධ වෙයි. ගැටුමට පසු t කාලයේ දී තන්තුවේ x විතතිය $\ddot{x} + \omega^2(x - 2c) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{2c}$ වෙයි. $x = 2c + a\cos\omega t + b\sin\omega t$ වන පරිදි a සහ b නියත සොයන්න. එනයින් සංයුක්ත අංශුව ගැටුමෙන් $\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{2c}{g}}$ කාලයකට පසු ක්ෂණිකව නිසලතාවයට පැමිණෙන බව පෙන්වා, මෙම මොහොතේ තන්තුවේ විතතිය සොයන්න. *[2005 A/L]*

27. ස්වභාවික දිග l සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත, එක් දාරයක සිට $2l$ දුරකින් වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් P අංශුව, ස්කන්ධය m වූ දෙවැනි Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී $OP = PQ = l$ ලෙස Q අංශුව මේසයේ දාරය අසල තබා සීරුවෙන් ඉවතට තල්ලු කරනු ලබන්නේ පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට චලනය වීමට පටන්ගන්නා පරිදිය. t කාලයේ දී, $OP = l + x$ වන අතර, P අංශුව මේසය මත තිබියදී Q අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් x ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $\dot{x}^2 = \omega^2[l^2 - (l - x)^2]$ බව පෙන්වන්න, මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{2l}$ වෙයි.

P අංශුවේ ඇතිවන සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය සොයන්න. P අංශුව මේසයේ දාරයට ළඟාවන්නේ $t = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ මොහොතේ දී බව පෙන්වා, එවිට එහි වේගය සොයන්න. *[2006 A/L]*

28. ස්වභාවික දිග a මාපාංකය mg වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක m අංශුව සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර අචල O ට සවිකර ඇත. m අංශුව සිරස්ව එල්ලේ. M අංශුව m අංශුව හා සංයුක්ත වී අනතුරුව ඇතිවන චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා විස්තාරය $\frac{aM}{m}$ බව පෙන්වන්න. චලිතයේ ආවර්ත කාලය සොයන්න. තන්තුව උපරිම දිගක් ඇදී ඇතිවිට M අංශුව සීරුවෙන් ගිලිහී වැටේ. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේදී m යන්තමින් O ට පැමිණේ. විභව ශක්තිය සෙවීමෙන් $M = \frac{m}{2}\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

29. ස්වභාවික දිග a ද, මාපාංකය 2mg වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O හි සවිකර ඇත. අනික් කෙළවර ස්කන්ධය m අංශුව නිදහසේ එල්ලේ. අංශුවේ සිරස් දෝලනයන්ගේ කාලාවර්තය $\pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$ බව පෙන්වන්න. සමතුලිත පිහිටීමෙන් සිරස්ව h දුරක් අංශුව විස්ථාපනය කෙරේ. අංශුව යන්තමින් O ට පැමිණේ. $h = a\frac{\sqrt{5}}{2}$ බව සහ O ට පැමිණීමට මුළු කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}}\left[2 + \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

30. මාපාංකය mg වන ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක ස්වභාවික දිග a වේ. දුන්නේ A කෙළවර අචලව සවිකර B කෙළවරට m අංශුව සවිකර ඇත. B ට AB දිශාවට I ආවේගයක් ලබාදෙනු ලැබේ. B හි චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වන්න. ආවර්ත කාලය සොයන්න. දුන්න $\frac{a}{4}$ තෙරපී ඇති විට B අංශුවේ $v\,\mathrm{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගය හා දුන්න මත තෙරපුම ද ලබාගන්න. $I = m\sqrt{\frac{ag}{2}}$ විට $V = \frac{1}{4}\sqrt{3ag}$ බව අපෝහනය කරන්න.

31. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් අන්තයට ඈඳා ඇති අතර, තන්තුවේ අනෙක් අන්තය සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා තිබේ. අංශුව O සිට $a + l$ දුරක් තෙක් ඇද මුදා හරියි. ඉන්පසු ඇතිවන චලිතය ආවර්ත චලිතයක් බව පෙන්වන්න. එහි ආවර්ත කාලය $\sqrt{\frac{ma}{\lambda}}\left(2\pi + \frac{4l}{a}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

32. ස්වභාවික දිග l ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් අන්තයට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳා තිබේ. අංශුව මේසය දිගේ $2l$ දුරක් O සිට මුදා හරී. අංශුව O ට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{ml}{\lambda}}\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)$ බව පෙන්වන්න.

33. ස්වභාවික දිග l ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට මේසයක් මත වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳ, එම අංශුව O සිට තිරස් u ප්‍රවේගයෙන් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරයි. තන්තුවේ උපරිම විතතිය $u\sqrt{\frac{ml}{\lambda}}$ බව පෙන්වන්න.

තව ද අංශුව O ට පැමිණීමට ගතවන කාලය $\frac{2l}{u} + \pi\sqrt{\frac{ml}{\lambda}}$ බව ද පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

C

34. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 2mg N ද ස්වභාවික දිග $2a$m ද වන සර්පිල දුන්නක එක් කෙළවරක් අචල A හි සවිකර දුන්න සිරස්ව තබා ඇත. දුන්නේ B කෙළවර නිදහස්ව ඇත. $\frac{m}{2}$ kg ස්කන්ධය ඇති C අංශුවක් $\frac{a}{2}$ m දුරක් සිරස්ව නිසලතාවයේ සිට ගුරුත්වය යටතේ වැටී B හා බද්ධ වේ. අංශුව චලිතට සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා චලිතයේ විස්තාරය $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ බව පෙන්වන්න. දුන්න තෙරපී පවතින කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\pi + \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}}\right]$ බව පෙන්වන්න.

35. අක්ෂය සිරස් ලෙස පිහිටි සැහැල්ලු සර්පිල දුන්නක් එහි පහළ කෙළවරින් සවිකොට ඇත. නිශ්චලව ඇති විය එම දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකි ස්කන්ධයක් h උසක සිට දුන්න මතට අතහරිනු ලැබේ. එය ආපසු දිගහරිනුයේ දුන්න මත $\sqrt{\frac{d}{g}}\cdot\left[\pi - \tan^{-1}\sqrt{\frac{2h}{d}}\right]$ කාලයක් තිබීමෙන් පසුව බව පෙන්වන්න.

36. ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු සර්පිල දුන්නක් ස්වකීය අක්ෂය සිරස්ව ඇතිව පහත කෙළවරෙහි සවිකර ඇත. දුන්නේ උඩු කෙළවර මත තබන ලද ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට නිශ්චලව තිබෙන දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකිය. මෙහි $d < l$ වේ. එම අංශුවම h උසක සිට දුන්නේ උඩු කෙළවර මත වැටීමට සැලැස්වූයේ නම්, $l \geq a + d$ බව දී ඇති විට, විස්ථාරය $a = \sqrt{d^2 + 2dh}$ වන සරල අනුවර්තී චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

මෙම චලිතයේ දී අංශුව අඩු තරමින් $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{d}{g}}$ කාල ප්‍රාන්තරයක්වත් දුන්න මත රැඳී පවතී නම්, $\left(\frac{h}{d}\right)$ හි උපරිම අගය සොයන්න. *[2009 A/L]*

37. ස්වභාවික දිග $2a$ වූ ලුහු දුන්නක පහළ කෙළවර අචල ලෙස සවිකරන ලදුව සිරස් ලෙස නැගී සිටී. m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් එහි ඉහළ කෙළවරට සවිකළ විට දුන්න $\frac{a}{4}$ ප්‍රමාණයකින් සම්පීඩනය වේ. මේ අංශුව සමතුලිතතාවයෙන් යුතුව නිශ්චලතාවයේ පවත්නා විට එම m ස්කන්ධයම ඇති දෙවැනි අංශුවක් ඊට $\frac{3a}{8}$ උසක නිශ්චලතාවයේ තබාගෙන, පහළට හෙලනු ලැබේ. ගැටීමේදී අංශු දෙක හා වෙයි නම්, අනතුරුව සිදුවන චලිතයෙහි කාලච්ඡය $2\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ බවත් විස්තාරය $\frac{a}{8}\sqrt{10}$ බවත් පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

D

38. ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලී තිබෙන විට තන්තුවේ දිග $\frac{3l}{2}$ වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, ස්වකීය සමතුලිත පිහිටීමේ සිට a දුරක් සිරස්ව පහළට ඇද, එහි සිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබෙයි. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට මනින ලද අංශුවෙහි විස්ථාපනය t කාලයේදී x වෙයි. තන්තුව ඇදී තිබෙන තාක් $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වෙයි.

(i) $a < \frac{l}{2}$ අවස්ථාවේදී සිදුවන චලිතයෙහි කාලාවර්තනය හා විස්ථාරය සොයන්න.

(ii) $a = \frac{l}{2} + b \ (b > 0)$ අවස්ථාවේදී තන්තුව පළමුවරට බුරුල් වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{l}{l+2b}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

[$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ **බව** උපකල්පනය කිරීම මැනවි. මෙහි A හා B යනු නිර්ණය කළයුතු නියත දෙකකි.]

[2007 A/L]

39. ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂයකට ඈදා ඇති අතර, අනෙක් කෙළවරෙහි පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m සහ **3m** වූ P සහ Q අංශු දෙකක්, තන්තුව $l + 4a$ දිගකට විස්තීරණය කරමින් සමතුලිතතාවයේ එකට එල්ලෙයි. Q අංශුව ක්ෂණිකව ඉවතට වැටෙයි. t කාලයකට පසුව තන්තුවේ දිග $l + x$ වෙයි නම්, $x > 0$ සඳහා

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{a}(x - a) = 0$ සමීකරණය ලබාගන්න.

ඉහත සමීකරණයෙහි විසඳුම $x = a + b\sin\omega t + c\cos\omega t$ බව දී ඇත්නම්, b සහ c නියතවල අගයන් සොයන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වෙයි. P අංශුව, ආරම්භක පිහිටීමෙන් ඉහළට ළඟාවෙන උපරිම උස සොයා, එම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\pi - \alpha + 2\sqrt{2}\right\}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\alpha \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ සුළු කෝණයයි.

[2008 A/L]

Scanned with CamScanner

40. ස්වභාවික දිග $2a$ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ ද වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ $3a$ දුරින් වූ ද P සහ Q ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සම්බන්ධ කොට තිබේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා තිබේ. අංශුවේ සමතුලිත පිහිටීමේ සිට අංශුව P තෙක් ඈඳා මුදා හරී. අංශුව යන්තමින් Q කරා ළඟාවන බවත්, P සිට Q ට යෑමට කාලය $2\sqrt{\dfrac{ma}{\lambda}}\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right\}$ බවත් පෙන්වන්න.

41. සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ A සහ B අචල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර ගැටගසා තිබේ. තන්තුවේ ස්වභාවික දිග $2l$ වන අතර ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය λ වෙයි.

(i) තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැටගසා තිබේ. සැමවිටම තන්තුව ඇදී පවතින සේ P අංශුව, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ සිට x විස්ථාපනයක දී චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වන්න. චලිතයේ ආවර්ත කාලය $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{2\lambda}}$ බව ද පෙන්වන්න.

(ii) P අංශුව තන්තුවේ ත්‍රිඡේදන ලක්ෂ්‍යයට ගැටගසනු ලැබේ. P අංශුව දෙපස තන්තු කොටස් දෙකම ඇදී පවතින සේ විස්ථාපනයක් දුන් විට ත්‍රිච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ සිට x විස්ථාපනයකදී අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\dfrac{9\lambda}{4ml}x + C$ (නියත) ආකාර ගන්නා බව පෙන්වන්න.

චලිතයේ ආවර්ත කාලය T වන විට $\dfrac{T}{T'} = \dfrac{3}{2\sqrt{2}}$ බව සාධනය කරන්න.

42. ස්වභාවික දිග $6a$ වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත $9a$ පරතරයකින් පිහිටි A, B ලක්ෂ්‍යය දෙකකට ඈද තබා තන්තුවේ A ට නුදුරු ත්‍රිච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් ඈඳා තිබේ. AB මත A සිට $(9+\sqrt{30})\dfrac{a}{3}$ දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයට අංශුව ළඟා වූ විට අංශුව ක්ෂණික නිසලතාවයට එළඹෙන බව පෙන්වන්න.

43. ස්වභාවික දිග $2am$ වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක මාපාංකය $2mg$ වේ. සුමට තිරස් තලයක අචල A, B ලක්ෂ්‍යය දෙකකට තන්තුවේ දෙකෙළවර සවිකර ඇත. $AB = 6am$ වේ. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ mkg අංශුව සවිකර ඇත. A සිට $\dfrac{a}{2}$m දුරින් වන ලක්ෂ්‍යයකින් අංශුව නිසලතාවයෙන් මුදා හැරේ. චලිතය පැහැදිලි කර ආවර්ත කාලය $\left[4\sqrt{\dfrac{a}{2g}}\cos^{-1}\dfrac{8}{9}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin^{-1}\dfrac{4\sqrt{2}}{7}\right]$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

44. (i) ස්කන්ධය mkg වන P අංශුවක් සුමට තිරස් තලයක් මත ඇත. P ට ඈඳූ $3l$, $2l$m දිග ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංක පිළිවෙලින් mgN, 2mgN වන තන්තු දෙකේ අනෙක් කෙළවර දෙක තලය මත අචල A, B ට සවිකර ඇත. AB = $7l$m වේ. අංශුව සමතුලිත විට $AP = \frac{9l}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) A සිට $5l$m දුරින් AB මත වන C ලක්ෂ්‍යයෙන් අංශුව මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා ආවර්ත කාලය $\pi\sqrt{\frac{3a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

45. A, B සුමට මේසයක් මත $8l$ දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. A හා B අතර ඇති ස්කන්ධය m අංශුව A ට ඈඳා ඇත්තේ මාපාංකය λ ද, දිග $2l$ ද වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගිනි. m අංශුව B ට ඈඳා ඇත්තේ මාපාංකය 4λ ද, දිග $3l$ ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුව මගිනි. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. M හා B අතර O ලක්ෂ්‍යයේ අංශුව සමතුලිතව ඇත. $MO = \frac{2l}{11}$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව M හි තබා මුදාහල විට චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා චලිතයේ ආවර්ත කාලය සොයන්න. M සිට $\frac{3l}{11}$ දුරින් C^1 ලක්ෂ්‍යයේ ඇතිව B දෙසට චලිත වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය වන V සොයන්න.

46. ස්වභාවික දිග $2l$ සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂයට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැටගසා ඇත. සුමට තිරස් මේසයක් එකිනෙකට $4l$ දුරකින් පිහිටි අචල A, B ලක්ෂ දෙකකට තන්තුවේ දෙකෙලවර ඈඳා ඇත. ආරම්භයේදී A, P, B සරල රේඛීයව $AP = 3l$ වන පරිදි P අංශුව නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටීමේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. $AP = 2l + x$ වන පරිදී වූ පිහිටීමක P අංශුව තිබෙන විට එහි චලිතයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.
එනයින් $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වූ $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ සමීකරණය ලබාගන්න. P අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය විස්ථාරය සහ කාලාවර්තය සොයන්න. තවද අංශුවේ උපරිම වේගයත්, එය ලැබීමට ගතවන අඩුතම කාලයක් සොයන්න.
[2002 A/L]

47. දිග 2am හා mgN මාපාංකය වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තිරස්තලය මත A, B අචල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සවිකර ඇත. AB = 4am වේ. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ mkg වන P අංශුව සවිකර ඇත. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිසලතාවයෙන් මුදාහරින ලදී. අංශුවේ චලිතයේ ආවර්ත කාලය $4\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\cos^{-1}\frac{2}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right]$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

48. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ ද, ස්වභාවික දිග a ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ගැටගසා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, තිරසට ආනතිය α වූ ආනත තලයක ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා තිබේ. තන්තුවේ දිග a වන පිහිටීමේ තබා අංශුව මුදාහරිනු ලැබේ. එවිට තන්තුවේ x විස්ථාපනයකදී අංශුවේ චලිත සමීකරණය

$$\ddot{x} = -\frac{\lambda}{ma}\left(x - \frac{mga \sin\alpha}{\lambda}\right)$$ බව පෙන්වන්න.

අංශුවේ චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා $x - \dfrac{mga \sin\alpha}{\lambda} = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

සාධාරණ විසඳුමෙහි A සහ B නියත සොයන්නත මෙහි $\omega^2 = \dfrac{\lambda}{ma}$. එනයින් තන්තුවේ

උපරිම විතතිය $\dfrac{2mga \sin\alpha}{\lambda}$ බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ දිග $\dfrac{mga \sin\alpha}{\lambda}$ වන විට අංශුවට

උපරිම ප්‍රවේගය ලැබෙන බව පෙන්වා, ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{ma}{\lambda}}$ බව ද පෙන්වන්න.

49. ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් ස්වභාවික දිග l වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, සීලිමක O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය නම් P අංශුව සමතුලිතව එල්ලෙන විට

තන්තුවේ විතතිය $a = \dfrac{mgl}{\lambda}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

OP සිරස් ලෙස ද එහි දිග $a + b + l$ ට සමාන වන සේ ද තන්තුව තවදුරටත් b (> a) දිගක් පහළට ඇදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිසලතාවයෙන් මුදා හරියි. තන්තුවේ දිග $l + a + x$ වන

විට P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} + \dfrac{g}{a}x = 0$ බව

පෙන්වන්න. මෙහි $-a \le x \le b$ ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = A\cos\sqrt{\dfrac{g}{a}}\,t + B\sin\sqrt{\dfrac{g}{a}}\,t$

ආකාර යයි උපකල්පනය කරමින් A සහ B සොයන්න.

$\alpha = \sin^{-1}\dfrac{a}{b}$ වන $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)$ කාලයක් සඳහා P අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයේ

යෙදෙන බව ද, සරල අනුවර්තී චලිතයෙන් P අංශුව ඉවත්වන මොහොතේ දී එහි ප්‍රවේගය

උඩු අතට $\sqrt{\dfrac{g}{a}(b^2 - a^2)}$ බව ද පෙන්වන්න. $b > a\sqrt{1 + \dfrac{2\lambda}{mg}}$ නම් අංශුව සීලිමේ

ගැටෙන විට ප්‍රවේගය ශුන්‍ය නොවන බව ද පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

F

50. ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ ද වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා අනෙක් අන්තයට මේසය මත වූ ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කොට තිබේ. අංශුව මේසය දිගේ u ප්‍රවේගයක් ප්‍රක්ෂේප කළ විට ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන් තන්තුවේ උපරිම විතතිය $u\sqrt{\dfrac{ml}{\lambda}}$ බව පෙන්වන්න.

චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා එහි දෝලන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

51. ස්වභාවික දිග l වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් සිරස් වහලයක O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ගැටගසා එය O හි සිට නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරී. තන්තුව ඇදී පවතින විට චලිතය සරල අනුවර්තී බව ශක්ති සංස්ථිති නියමය ඇසුරෙන් ඔප්පු කරන්න. ($\lambda = 2mg$ වේ.) දෝලන කේන්ද්‍රය, විස්තාරය සොයන්න.

52. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4 mg ද වූ AB ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක A කෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර B කෙළවර බිමෙහි සිට $2l$ ට වැඩි උසකින් පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා තිබේ. P අංශුව B හි දී නිසලව තබා මුදාහරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

(i) තන්තුවේ උපරිම දිග $2l$ බව පෙන්වා,

(ii) තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇති විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.
$x\,(> l)$ යනු t කාලයකදී තන්තුවේ දිග යයි ගනිමු. P හි $\dot{x}$ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට සමීකරණයක් ලියා දක්වන්න. එම සමීකරණයෙන් $\ddot{y} + \dfrac{4g}{l}\,y = 0 \;\; ; \;\; y \geq -\dfrac{l}{4}$ ආකාරයේ සමීකරණයක් ලැබෙව බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - \dfrac{5l}{4}$
y සඳහා $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් A, B, ω හි අගය සොයන්න. ඒනයින්,

(iii) y හි උපරිම අගය නිර්ණය කර එමගින් තන්තුවේ උපරිම දිග සොයන්න.

(iv) P හි වැඩිතම වේගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

G

53. ස්වභාවික දිග am හා මාපාංකය mgN වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් රළු තිරස් තලයක් මත අචල A ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර mkg අංශුව සවිකර ඇත. අංශුවට තන්තුව දිගේ තන්තුව ඇදෙන සේ මේසය මත $\sqrt{ag}$ ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අංශුව $a\,[\,1 + \mu^2 - \mu]$ දුරක් චලිත වී $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\mu}\right)$ කාලයේදී නිසල වන බව පෙන්වන්න.

54. ස්වභාවික දිග a වූ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ ද සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙලින් ස්කන්ධය M වූ A භාරයක් සහ ස්කන්ධය m වූ B අංශුවක් ඈඳා රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. මේසය සහ M භාරය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. B හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය ද μ ය. ආරම්භයේදී B අංශුව A ට a දුරින් පිහිටි L ලක්ෂ්‍යයක රඳවා තිබුණි. ඉන්පසු එය AL දිශාවට $\sqrt{8\mu^2 ag}$ ප්‍රවේගයෙන් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරන ලදී. A භාරය මේසය මත නිසලව පවතින බව සලකා තන්තුවේ උපරිම විතතිය සොයන්න. $M \geq 2m$ වන බව ද පෙන්වන්න. B අංශුව අවසානයේ දී $\left[\pi + \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)\right]\sqrt{\dfrac{a}{g}}$ කාලයකට පසුව ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේදී නිත්‍ය සලතාවයට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

55. am මාපාංකය mgN වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් රළු තිරස් තලය මත A ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර mkg අංශුව සවිකර ඇත. තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇත. අංශුව මත ආවේගය නිසා එය තන්තුව දිගේ A ගෙන් ඉවතට $u$ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිතවීම අරඹයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අංශුව පළමුව නිසලවීමට පෙර චලිත වූ දුර $a\left[u^2 + \dfrac{u^2}{ag} - u\right]$ බවත් ඒ සඳහා ගත වූ කාලය $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\tan^{-1}\dfrac{u}{\mu\sqrt{ag}}$ බව පෙන්වන්න.

$u = \sqrt{ag}$ නම් චලිත වූ දුර $a\,[\,1 + \mu^2 - \mu]$ බවත් ඒ සඳහා ගතවූ කාලය $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\mu}\right)$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

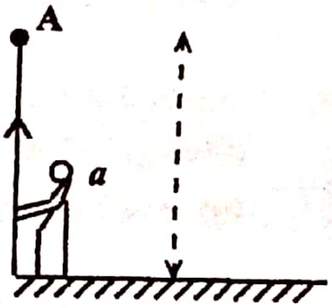
H

56. තිරස් වේදිකාවක් සිරස්ව චලිත වේ. අචල තිරස් තලයක සිට වේදිකාවේ විස්ථාපනය t කාලයේදී x නම් $x = a\sin^2 \omega t$ වේ. ω හා a ධන නියත වේ. වේදිකාවේ චලිතය දෝලන කේන්ද්‍රය $x = \frac{5a}{6}$ වන සරල වන අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න. චලිතයේ විස්තාරය හා ආවර්ත කාලය සොයන්න.

57. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක ස්වභාවික දිග $\frac{1}{2}$ m වේ. මාපාංකය 4N වේ. දුන්න සුමට තිරස් මේසය මත සමතුලිත වේ. දෙකෙළවර මේසයේ O, A අචල ලක්ෂ්‍යය මත ඇත. $OA = \frac{1}{2}$ m වේ. O අචලව සවිකර ඇත. A කෙළවර 2kg අංශුව සවිකර ඇත. අංශුව OA මත දෝලනය වේ. t කාලයේදී O සිට අංශුවේ විස්ථාපනය x නම්, $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}\sin t$ m වේ. අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + 4x = \frac{1}{2}\sin t$ බව පෙන්වන්න.

t කාලයේදී O සිට අංශුවේ විස්ථාපනය $\frac{2}{15}(2\sin t - \sin 2t)$ m බව පෙන්වන්න. අංශුව පළමුව ක්ෂණිකව නිසලවීමට කාලය සොයන්න.

58. ස්වභාවික දිග am හා මාපාංකය mgN වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක A කෙළවර අචලව සවිකර ඇත. අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධ mkg වන ළමයෙක් A ට a පහළින් වේදිකාව මත සිටී. ළමයා සීරුවෙන් වේදිකාවෙන් ඉවත් වී සිරස්ව වැටේ. තන්තුවේ දිග $a + x$ විට ළමයාගේ වේගය V නම්, $aV^2 = 2agx - gx^2$ බව පෙන්වන්න.



(i) එනයින් චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වන්න.

(ii) A සිට ළමයාගේ උපරිම විස්ථාපනය සොයන්න.

(iii) ළමයාගේ උපරිම වේගය හා තන්තුවේ උපරිම ආතතිය සොයන්න.

59. P අංශුවක්, $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තය මත, ඒකාකාර $a\omega$ වේගයෙන් චලනය වෙයි. Q යනු P සිට y – අක්ෂය මත ලම්බයේ අඩිය නම්, කාලාවර්තය $\frac{2\pi}{\omega}$ වු සරල අනුවර්තී චලිතයක Q යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

I

60. ස්වභාවික දිග a සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර O පිහිටා ඇත්තේ මේසයේ දාරයේ සිට $2a$ දුරකිනි. තන්තුවේ අනිත් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. P අංශුවට ඈඳන ලද සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මේසයේ දාරය උඩින් යන අතර එම තන්තුවේ අනික් කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් දරයි. P අංශුව O සිට සහ දාරයේ සිට a දුරකින් ඇතිව තන්තුව දාරයට ලම්බ සිරස් තලයක තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ.

ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ දිග වූ x මගින් $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 2a)$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

$x - 2a = A\cos \omega t + B\sin \omega t$ මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ ලෙස දක්වා A, B නියත නිර්ණය කර P අංශුව මේස දාරයට ලඟාවන්නේ $\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ කාලයකට පසුව $\sqrt{\frac{ag}{2}}$ ප්‍රවේගයෙන් බව පෙන්වන්න.

$0 < t < \pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ වන පරිදි වූ t කාලයේදී ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

61. තිරස් සුමට මේසයක දාරය උඩින් වැටී ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුතු A, B අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. mg මාපාංකයෙන්ද l ස්වභාවික දිගින්ද යුතු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් A අංශුව මේසය මත O ලක්ෂ්‍යයකට යා කොට තිබේ. අවිතන්‍ය තන්තුව තදව මේස දාරයට ලම්බව පිහිටන සේද B අංශුව එකී තන්තු කෙළවරින් සිරස්ව එල්ලෙමින් පවතින සේද A අංශුව O හි තබා රඳවා ගනු ලැබෙයි. අනතුරුව එය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබෙයි. එවිට ඇතිවන චලිතයේ දී A අංශුව මේස දාරය තෙක් නොපැමිණෙයි නම්,

(i) O සිට මේස දාරයට දුර $l(2 + \sqrt{3})$ ට වඩා වැඩි බවත්,

(ii) $2\sqrt{\frac{2l}{g}}\left[\pi + \sqrt{2} - \tan^{-1}\sqrt{2}\right]$ කාලයකට පසු අංශුව නැවත වෙත පැමිණෙන බවත් පෙන්වන්න.

[1985 A/L]

Scanned with CamScanner

J

62. සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන අංශුවක විස්ථාරය a වන අතර කාලාවර්තය $2\pi\sqrt{\frac{3a}{g}}$ වේ.

(i) අංශුවේ උපරිම වේගය $\sqrt{\frac{ga}{3}}$ බව ද

(ii) අංශුවේ උපරිම ත්වරණය $\frac{g}{3}$ බව ද පෙන්වන්න.

63. සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන අංශුවක් කේන්ද්‍රය පසුකර යන වේගය $2\sqrt{ga}$ වන අතර කේන්ද්‍රයේ සිට a දුරකදී ත්වරණය $\frac{g}{2}$ වේ.

(i) දෝලන කාලාවර්තය $\pi\sqrt{\frac{8a}{g}}$ බව ද

(ii) විස්ථාරය $2\sqrt{2a}$ බවද පෙන්වන්න.

64. එල්ලෙන පාලමක තලය මත ස්කන්ධය m වන ළමයෙක් නැගිට සිටී. පාලමේ තලයේ විස්ථාරයේ h ද, ආවර්ත කාලය T ද වන සරල අනුවර්තී චලිතයක් ඇති කරයි. පාලමේ සමතුලිත පිහිටීමෙන් x දුරක් චලිත වූ විට ළමයා මත ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, $R = mg\left[1 - \frac{4\pi^2 x}{T^2 g}\right]$ බව පෙන්වන්න.

චලිතය ඇතිවේ නම්, $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$ විට $T \geq T_0$ බව අපෝහනය කරන්න. $3T_0 = T$ විට R හි උපරිම, අවම අගය සොයා $\frac{R_{උපරිම}}{R_{අවම}} = \frac{5}{4}$ බව පෙන්වන්න.

65. අංශුවක් සරල රේඛාවක දෝලන කාලාවර්තය තත්පර 8 ක්ද, විස්ථාරය 1m ද වන සරල අනුවර්තී චලිතයක් සිදු කරයි. උපරිම ප්‍රවේගය සහ උපරිම ත්වරණය පිළිවෙළින් ms^{-1} හා ms^{-2} වලින් සොයන්න.

අංශුව කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{2}$ m දුරින් පිහිටන විට එහි වේගය සොයන්න. අංශුවේ ප්‍රවේගය එහි උපරිම ප්‍රවේගයෙන් හරි අඩක් වන අවස්ථා දෙකකි. මේ අවස්ථා දෙක අතර අඩුතම කාල අන්තරය $\frac{4}{3}$s බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

66. අංශුවක් සරල අනුවර්තීව චලිත වේ. දෝලන කේන්ද්‍රයේ සිට අංශුවේ විස්ථාපනය x_1 , x_2 , m විට පිළිවෙලින් ප්‍රවේග v_1 , v_2 වේ. චලිතයේ ආවර්ත කාලය $2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

අංශුවේ විස්ථාපනය 2m විට ප්‍රවේගය $4ms^{-1}$ වේ. විස්ථාපනය 3m විට ප්‍රවේගය $1ms^{-1}$ වේ. අංශුවේ ආවර්ත කාලය තත්පර $2\pi\sqrt{\frac{1}{3}}$ බව ද, විස්ථාරය $4\sqrt{\frac{2}{15}}$ m බවද අපෝහනය කරන්න.

67. කර්මාන්ත ශාලාවක තිරස් ට්‍රොලියක් සරල අනුවර්තීව චලිත වේ. විස්ථාරය a හා ආවර්ත කාලය වේ. ට්‍රොලියේ තිරස් රළු තලය මත අංශුවක් තබා ඇත. අංශුව ට්‍රොලියට සාපේක්ෂව චලිත නොවීමට ඝර්ෂණ සංගුණකයේ අවම අගය $\frac{4\pi^2 a}{gT^2}$ බව පෙන්වන්න.

68. තිරස් ලෙස සවිකර ඇති AB කඹයක ස්කන්ධය m වූ P නම් සර්කස්කරුවෙකු සිටගෙන සිටියි. P ට ආසන්න ලෙස කඹයේ තිරස් ලෙස සමතුලිතව පිහිටන විට සමතුලිත ස්ථානයේ සිට සිරස් දිශාවට විස්තාරය a වූ ද ආවර්ත කාලය $\frac{2\pi}{\omega}$ වූ ද සරල අනුවර්තී චලිතයක සර්කස්කරුවා චලිත වෙයි. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට P සර්කස්කරුවා x දුරින් පිහිටන විට ඔහුගේ පාද සහ කඹය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $m(g - x\omega^2)$ බව පෙන්වන්න. $\omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$ නම් ඔහු කඹයෙන් විසිවන බව පෙන්වන්න.

69. අංශුවක්, කේන්ද්‍රය O ද කාලාවර්තය T ද වනසේ සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදේ. අංශුව P ලක්ෂ්‍යයක් පසුකරන විට එහි ප්‍රවේගය OP දිශාවට වෙයි. O කේන්ද්‍රය ද විස්තාරය අරය වනසේ ද අඳින ලද වෘත්තයට P සිට ඇඳි ලම්බය Q හිදී වෘත්තය හමුවේ.

$v = \left(\frac{2\pi}{T}\right)$ PQ බව පෙන්වන්න.

අංශුව නැවත P පසු කිරීමට ගතවන කාලය $\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\frac{vT}{2\pi.OP}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

K

70. x අක්ෂය ඔස්සේ චලනය වන අංශුවක v ප්‍රවේගය දෙනු ලබන්නේ $v^2 = 189 + 24x - 48x^2$ මගිනි. x cm ද, v cms^{-1} ද වේ. චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා චලිතයේ විස්තාරය සහ සංඛ්‍යාතය සොයන්න. චලිත කේන්ද්‍රය කුමක්ද?

71. O අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට d දුරකින් ඇති විට A අංශුවක් u ප්‍රවේගයකින් O දෙසට චලනය වෙමින් පවතී. OA $= x$ නම්, O දෙසට A හි ත්වරණය $\lambda^2 x$ වේ. A අංශුව ප්‍රථම වරට O කරා එළැඹෙන්නේ $\frac{1}{\lambda}\sin^{-1}\left(\frac{\lambda d}{\sqrt{u^2+\lambda^2 d^2}}\right)$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

72. O අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට d දුරකින් ඇති විට A අංශුවක් u ප්‍රවේගයකින් O දෙසට චලනය වෙමින් පවතී. OA $= x$ නම්, O දෙසට A හි ත්වරණය $\lambda^2 x$ වේ. A හි චලිත සමීකරණය සොයා, $x = C\cos\lambda t + D\sin\lambda t$ ලෙස ගෙන එනයින් A අංශුව ප්‍රථම වරට O කරා එළැඹෙන්නේ $\frac{1}{\lambda}\sin^{-1}\left(\frac{\lambda d}{\sqrt{u^2+\lambda^2 d^2}}\right)$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

73. සරල රේඛාවක අචල ලක්ෂ්‍යය දෙකක් A, B වේ. AB $= 12a$ වේ. A හා B අතර ස්කන්ධය mkg අංශුව චලිත වේ. AB මත P ලක්ෂ්‍යයක අංශුව ඇත. අංශුව මත A, B ලක්ෂ්‍යය වෙත පිළිවෙලින් mk^2d හා $3mk^2(12a - d)$ බල ක්‍රියා කරයි. මෙහි d = AP වේ. k නියතයක් වේ. අංශුව O ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිත වේ. AO $= 9a$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව O වටා සරල අනුවර්තීව චලිත වන බව පෙන්වා ආවර්ත කාලය $\frac{\pi}{k}$ බව පෙන්වන්න.

AC $= 11a$ වන C ලක්ෂ්‍යයෙන් නිසලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. a, k ඇසුරින්,

(i) A සිට අංශුවට අවම දුර
(ii) අංශුවේ උපරිම වේගය
(iii) අංශුවේ උපරිම ත්වරණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

74. P අංශුවක් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ චලිත වෙයි. සරල රේඛාව මත O අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට x cm දුරින් අංශුව පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය $\dot{x}$ cms^{-1} වෙයි. $\dot{x}^2 = a^2 - 2b^2 x - c^2 x^2$ නම් අංශුවේ ත්වරණය $\ddot{x}$ සොයන්න.

ඒ නයින් $y = x - \frac{b^2}{c^2}$ ආදේශයෙන් $\ddot{y} = -c^2 y$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව සරල අනුවර්තී චලනය යෙදෙන බව පෙන්වා, ආවර්ත කාලය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රයේ, O සිට $\frac{b^2}{c^2}$ දුරින් පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයක් බව පෙන්වන්න.

$\ddot{y} = -c^2 y$ හි විසඳුම $y = A\cos ct + B\sin ct$ යන්න භාවිතයෙන් $A = -\frac{b^2}{c^2}$ සහ $B = \frac{a}{c}$

බව පෙන්වන්න. අංශුවට O සිට C දක්වා යෑමට ගතවන කාලය $\frac{1}{c}\tan^{-1}\left(\frac{b^2}{ac}\right)$ s බව ද

පෙන්වන්න.

L

75. නොඇදී දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය w වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් බර w වන P අංශුවක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. විස්ථාරය $2a$ වන සිරස් දෝලන P විසින් සාදනු ලබයි නම්, t කාලයේදී O සිට එහි දුර $2\left[l + a\sin\left(t\sqrt{\frac{l}{g}}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි කාලය මැන ඇත්තේ P ස්වකීය සමතුලිතතා පිහිටීමේ ඇති මොහොතේ සිටය. ස්වකීය සමතුලිත පිහිටීමේ සිට අංශුව ඉහළ නඟින විට එය සමාන බරින් යුත් වෙනත් අංශුවක් අහුලා ගනී නම්, දෝලනයේ විස්ථාරය $\sqrt{l^2 + 2a^2}$ වන බවද පෙන්වන්න. *[1989 A/L]*

76. සරල අනුවර්තී චලිතයේ ත්වරණ නාභිය (කේන්ද්‍රය) අර්ථ දක්වන්න. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ ද ස්වභාවික දිග $2a$ ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක පිහිටි A සහ B නම් අචල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට ඈඳා තිබේ. $AB = 4a$ තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් අමුණා තිබේ. අංශුව AB දිගේ b දුරක් ඇද සීරුවෙන් මුදා හරියි.

(i) $b \le a$ වන විට අංශුව සරල අනුවර්තීව දෝලනය වන බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍රය ද විස්තාරය ද සොයන්න. ආවර්ත කාලය ද සොයන්න.

(ii) $b = 2a$ වන විට අංශුව දෝලන කේන්ද්‍ර හරහා චලනය වෙමින් සරල අනුවර්තී චලිත දෙකක් ඇති කරන බව පෙන්වා එම චලිත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර ද විස්තාර ද සොයන්න.

චලිතය සිදුවන ආකාරය විස්තර කර අංශුවේ ආවර්ත කාලය

$$4\sqrt{\frac{ma}{\lambda}}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{7}}\right) + \cos^{-1}\frac{2}{3}\right\}$$ බව සාධනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

77. ස්වභාවික දිග l ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ ද වන ලුහු තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් ඈඳා ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර තිබේ. l දිගින් යුත් ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවර P ට ද ගැටගසා ඇත. ආරම්භයේදී සිරස් සරල රේඛාවක OPQ පිහිටන සේ ද OQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන පරිදි l ස්වභාවික දිගක් PO ට තිබෙන්නා සේ ද පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තබා නිසලතාවයේ සිට මුදාහරියි. t කාලයකදී OP දිග $l + x$ වෙයි. P අංශුවේත් Q අංශුවේත් චලිත සඳහා සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, $\ddot{x} + \omega^2\left(x - \dfrac{g}{\omega^2}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \dfrac{\lambda}{2ml}$

t කාලයේ දී P අංශුවේ පිහිටීම $x = \dfrac{g}{\omega^2} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ යන්නෙන් දෙනු ලැබේ නම් A සහ B නියත සොයන්න. ඒ නයින්

(i) පසුව එළඹෙන චලිතයේදී OP තන්තුවේ දිග කිසිවිටෙකත් l ට අඩු නොවන බවද,

(ii) PQ තන්තුවේ ආතතිය $2mg\sin^2\dfrac{\omega t}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.

ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ උපරිම විතතිය $2l$ නම් λ හි අගය සොයා, පළමුවරට උපරිම විතතිය ලබාගැනීමට ගතවන කාලය $\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ බවත් පෙන්වන්න.

78. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වභාවික දිග l ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg ද ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක් මගින් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ අචල A සහ B ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සම්බන්ධ කොට තිබේ. $AB = 4l$. P අංශුව O සමතුලිත පිහිටීමේ සිට AB දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයකදී $OP = x$ වන විට,

(i) $0 \le x \le l$ නම් චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\dfrac{2g}{l}x$ බවත්,

(ii) $l \le x \le 2l$ නම් චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\dfrac{g}{l}(x + l)$ බවත් පෙන්වන්න.

(iii) අවස්ථාවේ දී $u \le \sqrt{2lg}$ වන විට $\pi\sqrt{\dfrac{l}{2g}}$ කාලයකට පසු O වෙතට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න. $u = \sqrt{7lg}$ නම්, P අංශුව B වෙතට ගොස් ආපසු ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය කරා පැමිණීමට ගතවන කාලය $2\sqrt{\dfrac{l}{g}}\left\{\cos^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\sqrt{\dfrac{5}{7}}\right\}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

79. ස්වභාවික දිග a ද, ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් ස්කන්ධ m වන අංශුවක් තිරස් සීලිමක වූ O ලක්ෂ්‍යයක එල්ලා තිබේ. අංශුව O වල සිට v ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස පහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලදී නම්, අංශුවේ යටිඅත් චලනයේදී තන්තුවේ උපරිම විස්තීරණය $l=\sqrt{(v^2+3ag)\,.\dfrac{a}{g}}$ වූ $a+l$ බවත් මෙම උපරිම විස්තීර්ණය ලබාගැනීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\left[\pi-\cos^{-1}\left(\dfrac{a}{l}\right)-\dfrac{v}{\sqrt{ag}}+\sqrt{2+\dfrac{v^2}{ag}}\right]$ බවත් පෙන්වන්න.

උපරිම විස්තීර්ණයට පත්වූ අවස්ථාවේ සිට අංශුව ඉහළ ගොස් සීලිමේ වැදී ආපසු පෙනේ පහළම ස්ථානයට පැමිණීමට ගතවන කාලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. අංශුව හා සීලිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e යැයි සලකන්න.

80. ස්කන්ධය පිළිවෙලින් 3m හා 2m වූ A හා B අංශු දෙකක් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් වටා යන A, B ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ගැට ගසා ඇත. ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය λ ද, ස්වභාවික දිග a ද වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ C අංශුවකට ද, අනෙක් කෙළවර B ටද ගැට ගසා ඇත. B ට පහළින් C^1 තිබෙන්නේ BC හි දිග a ට සමාන වනසේ ද කප්පිය සමග නොගැටෙන තන්තු කොටස් සියල්ල නොබුරුල්ව සිරස්ව පිහිටන සේ ද පද්ධතිය නිසලව තබා ඇත. දැන් පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදාහලේ නම්, t කාලයේදී BC හි y දිග සුපුරුදු අංකනයට අනුව, $\ddot{y}=-\dfrac{6\lambda}{5am}\left(y-a-\dfrac{amg}{\lambda}\right)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$\lambda=$ mg නම්, (උපානුක්‍රම චලිතයේ කිසිම අවධියකදී අංශු කප්පිය සමඟ නොගැටේ යැයි උපකල්පනය කරමින්) BC හි උපරිම දිග $3a$ බව පෙන්වන්න. BC හි දිග උපරිම වන විට B අංශුව එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට $\dfrac{a}{3}$ උසකින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.

81. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2mkg, 3mkg වන A, B අංශු දෙකක් සුමට තලය මත තබා ස්වභාවික දිග am වන මාපාංකය λ වන සර්පිල සැහැල්ලු දුන්නක දෙකෙළවරට A, B අංශු දෙක සවිකර ඇත. B අංශුව $u$ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් තලය මත ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුවේ උපරිම දිග $a+\dfrac{6u}{5}\sqrt{\dfrac{6am}{5\lambda}}$ බව ද චලිතයේ ආවර්ත කාලය $2\pi\sqrt{\dfrac{6am}{5\lambda}}$ බව ද දුන්න නැවත ස්වභාවික දිගට පැමිණෙන විට A, B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් සොයන්න.

Scanned with CamScanner

82. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංක 4mg හා 2mg වන දිග $2a$m හා am ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක් මගින් ස්කන්ධය mkg වන P අංශුවක් අවල A, B එකම සිරස් රේඛාවේ වන ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සවිකර ඇත. AB = $5a$m වේ. අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. චලිතය පැහැදිලි කර අංශුවේ ආවර්ත කාලය $2\sqrt{\frac{a}{2g}}\left[\tan^{-1}\frac{4}{5}+\frac{1}{\sqrt{2}}\pi-\tan^{-1}\frac{4\sqrt{2}}{3}-\tan^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{5}\right]$ බව පෙන්වන්න.

83. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වන lm දිග තන්තු දෙකක් මගින් ස්කන්ධය mkg අංශුවක් AB = $3l$m වන A, B අවල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සවිකර ඇත. අංශුව A සිට $\frac{5l}{3}$ පහළින් වන O හි සමතුලිතතව ඇත. λ = 3mg බව පෙන්වන්න. O සිට $\frac{l}{6}$ m පහළින් වන P ලක්ෂ්‍යයෙන් අංශුව මුදා හරිමු. චලිත සමීකරණය සොයා ආවර්ත කාලය $2\pi\sqrt{\frac{l}{6g}}$ බව පෙන්වන්න.

84. ස්කන්ධය m ද, දිග 2h ද බැගින් වන සමාන ඒකාකාර සෘජුවෘත්ත සිලින්ඩර දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ ඒවායේ අක්ෂය එකම රේඛාවක පිහිටන පරිද්දෙනි. එම අක්ෂය දිගේ සිහින් සුමට උමං ආකාර කුහර විද තිබේ. සිලින්ඩරවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ස්වාභාවික දිග l (> 2h) වන දුන්නක් මගින් යා කර ඇත්තේ දුන්නේ h දිග කොටසක් බැගින් එක් එක් සිලින්ඩරය තුළ සිටින පරිදි අවරෝධකයක් (බෆරයක්) සෑදෙන ආකාරයටය. දුන්න x දුරකින් විස්තීර්ණය කිරීමට හෝ සම්පීඩනය කිරීමට හෝ අවශ්‍ය බලය $\frac{mgx}{l}$ වේ. සිලින්ඩරය නිශ්චලතාවයේ සිට u ප්‍රවේගයෙන් එකිනෙක දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරන ලදී.

(i) $u<(l-2h)\sqrt{\frac{g}{2l}}$ නම් සිලින්ඩර එකිනෙක නොගැටෙන බවත්,

(ii) $u\geq(l-2h)\sqrt{\frac{g}{2l}}$ නම් ද සිලින්ඩර පූර්ණ ප්‍රත්‍යස්ථ නම් ද බෆරයේ දෝලන කාලාවර්තය $\sqrt{\frac{2l}{g}}\ \pi-\cos^{-1}\left(\frac{l-2h}{u}\right)\sqrt{\frac{g}{2l}}$ බවත් පෙන්වන්න.

85. ප්‍රත්‍යස්ථ සැහැල්ලු ස්වභාවික දිග $2l$ වන ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 2mg වන තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තලය මත $4l$ දුරින් වන අවල P, Q ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සවිකර ඇත. තන්තුවේ O මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ m ස්කන්ධය ඇති R අංශුව සවිකර ඇත. R අංශුව O සිට $\frac{3l}{2}$ දුරින් PQ රේඛාවේ වන L ලක්ෂ්‍යයේදී මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ ආවර්ත කාලය

$4\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\tan^{-1}\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{5}\right]$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner